

MAT 3019 SAYILAR TEORİSİ 2. ARASINAV SORULARI

Ad-Soyad:.....

07.12.2017

No :.....

Soru 1) mod 4'te sıfırdan farklı iki tam karenin çarpımının 1 olduğunu gösteriniz.

Kolayca görülebilir ki 4 modundaki tek sayıların karesi 1'e; çift sayıların karesi de 0'a denktir. O halde sıfırdan farklı her bir tam kare 1'e denk olmak zorundadır. Dolayısıyla bu şekildeki iki tam karenin çarpımı da 4 modunda 1'e denktir.

Soru 2) 3^n-1 farkı hangi n değerleri için asal olabilir, belirleyiniz.

$n = 1$ için $3^1-1 = 2$ olup asaldır. $n > 1$ için

$$\begin{aligned} 3^n-1 &= (3-1)(3^{n-1}+3^{n-2}+\dots+3+1) \\ &= 2 \cdot (3^{n-1}+3^{n-2}+\dots+3+1) \end{aligned}$$

yazılabileceğinden ve her iki çarpan da birden büyük olduğundan 3^n-1 şeklinde yazılabilecek tek asal sayı $n = 1$ için elde edilen 2'dir.

Soru 3) $17n+3$ sayı dizisinde kaç tane asal sayı bulunduğunu belirleyiniz.

17 ile 3 aralarında asal olduklarından Dirichlet teoremi gereği bu sayı dizisinde sonsuz çoklukta asal sayı bulunur.

Soru 4) $n \in \mathbb{Z}$ için 2^n-1 sayısı asal ise n 'in de asal olması gerektiğini ispatlayınız.

Tersine n sayısının asal olmadığını kabul edelim. O halde $1 < a, b < n$ olmak üzere $n=ab$ şeklinde yazılabilir. Bu durumda

$$\begin{aligned} 2^n-1 &= 2^{ab}-1 \\ &= (2^a)^b-1 \\ &= (2^a-1)((2^a)^{b-1} + (2^a)^{b-2} + \dots + 2^a + 1) \end{aligned}$$

yazılabileceğinden 2^n-1 farkının asal olmayacağı sonucu elde edilir. Bu ise çelişkidir. O halde n asal olmalıdır.

Soru 5) $x \equiv 2 \pmod{5}$

$$x \equiv 3 \pmod{11}$$

kongrüans sisteminin 110 ile 170 arasındaki çözümünü bulunuz.

$k \in \mathbb{Z}$ olmak üzere $x = 2+5k$ olsun. Bu değeri ikinci kongrüansta yerine koyarsak $2+5k \equiv 3 \pmod{11}$ ve buradan $k \equiv 9 \pmod{11}$ elde edilir. Yani $t \in \mathbb{Z}$ olmak üzere $k = 9+11t$ ve böylece $x = 47 \pmod{55}$ buluruz. 110 ile 170 arasındaki çözüm ise 157'dir.

Süre 70 dakikadır. Başarılar. *inc+ay*